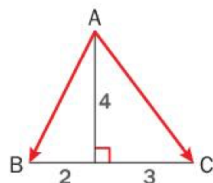


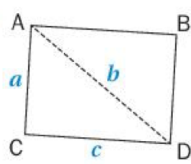
28 Parlons stratégies !

Dans chaque cas, déterminer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ et expliquer la stratégie choisie.

a.

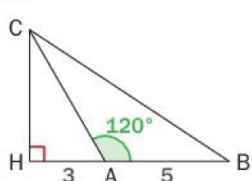


b.

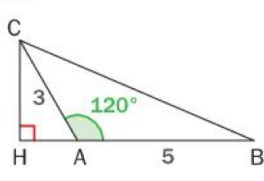


ABDC est un parallélogramme.

c.



d.



Différentes stratégies pour déterminer un produit scalaire

Stratégie 1

J'utilise la projection orthogonale de l'un des vecteurs sur la droite portant l'autre vecteur.

Stratégie 2

J'utilise le cosinus d'un angle.

Stratégie 3

J'utilise les coordonnées des vecteurs.

J'utilise une autre stratégie !

28 a. On note H le pied de la hauteur issue de A.

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (\vec{AH} + \vec{HB}) \cdot (\vec{AH} + \vec{HC}) = AH^2 + \vec{AH} \cdot \vec{HC} + \vec{HB} \cdot \vec{AH} + \vec{HB} \cdot \vec{HC}.$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 4^2 + 0 + 0 + 2 \times 3 = 22.$$

$$\text{b. } \vec{AB} \cdot \vec{AC} = -\vec{CD} \cdot \vec{CA} = -\frac{1}{2}(\overline{CD}^2 + \overline{CA}^2 - \overline{DA}^2) = -\frac{1}{2}(c^2 + a^2 - b^2) = \frac{b^2 - c^2 - a^2}{2}.$$

$$\text{c. } \vec{AB} \cdot \vec{AC} = -AB \times AH = -5 \times 3 = -15.$$

$$\text{d. } \vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}) = 5 \times 3 \times \cos(120^\circ) = 5 \times 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -7,5.$$

$$54 \text{ a. } (\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot (5\vec{u} - \vec{v}) = 5\vec{u}^2 + 9\vec{u} \cdot \vec{v} - 2\vec{v}^2 = 5 \times 4^2 + 9 \times 5 - 2 \times 2^2 = 117.$$

$$\text{b. } (\vec{u} + \vec{v})^2 = \vec{u}^2 + 2\vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{v}^2 = 4^2 + 2 \times 5 + 2^2 = 30.$$

$$61 \text{ a. } \vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}) = 4 \times 5 \times \cos(40^\circ) \approx 15,32.$$

$$\text{b. } \vec{AB} \cdot \vec{AC} = \frac{1}{2}(AB^2 + AC^2 - BC^2) = \frac{1}{2}(4^2 + 6^2 - 3^2) = 21,5.$$

$$\text{c. En notant } a = AB, \vec{AB} \cdot \vec{AC} = a \times \frac{6}{2} = 3a.$$

$$\text{d. } AD = DC, \text{ donc } 2AD^2 = 3 \text{ d'où } AD = \sqrt{\frac{3}{2}}.$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot (\vec{AD} + \vec{DC}) = 0 + 5 \times \sqrt{\frac{3}{2}} = 5\sqrt{\frac{3}{2}}.$$

$$\text{e. } \vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot (\vec{AD} + \vec{DC}) = \vec{AB} \cdot \vec{AD} + \vec{AB} \cdot \vec{DC} = AB \times AH + AB^2 = 5 \times 1 + 5^2 = 30.$$

$$\text{f. } \vec{AB} \cdot \vec{AC} = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}) = 7 \times 1 \times \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \pi\right) = 7 \times 1 \times \frac{1}{2} = 3,5.$$